Okólnik Obserwatorjum Krakowskiego. — Circulaire de l'Observatoire de Cracovie.
No 25.

Les relations fondamentales de polygonométrie sphérique et les systèmes de Gauss et de Delambre de trigonométrie sphérique

(Extrait des *Comptes Rendus* des séances de l'Académie des Sciences à Paris, séance du lundi 21 novembre 1927, suivi de quelques explications et développements complémentaires).

par

Thadée Banachiewicz.

Dans une étude présentée, le 3 octobre 1927, à l'Académie polonaise des Sciences et des Lettres, nous avons montré que divers problèmes de l'Astronomie sphérique conduisent à la considération non de triangles, mais de polygones sphériques. Si l'on résolvait ces problèmes par la trigonométrie, c'est parce qu'on décomposait implicitement, et à tort, les polygones en triangles. Nous avons poursuivi ces recherches, et voici les résultats auxquels nous sommes parvenu.

Soient $e_1, e_2, e_3, \dots e_{2n}$ les éléments consécutifs (angle-côté-angle-côté, etc. ou bien côté-angle-côté-angle, etc.) d'un polygone sphérique (**1***), arrangés dans l'ordre dans lequel ils se suivraient pour un mobile parcourant la périphérie du polygone. Par angles on comprend les angles extérieurs. Soient $d_1, d_2, d_3, \dots d_{2n}$ les moitiés de ces éléments, de sorte que $e_i = 2d_i$. Désignons par I une matrice-cracovien (matrice assujettie à la loi de multiplication colonnes par colonnes, pour rendre plus faciles les calculs effectifs) quelconque, par exemple unitaire, à un nombre convenable de lignes, et par $\tau(\alpha)$ et $\tau'(\alpha)$ certaines matrices-cracoviens, que nous définirons tout à l'heure.

Les relations fondamentales de Polygonométrie sphérique peuvent être présentées (**2**) sous la forme

$$I \, . \, \tau(\alpha_1) \, . \, \tau'(\alpha_2) \, . \, \tau(\alpha_3) \, . \, \tau'(\alpha_4) \dots\dots \tau'(\alpha_{2n}) = \varepsilon \, . \, I \qquad (1)$$

où l'on peut intervertir l'ordre des arguments (**3**) en $\alpha_{2n}, \alpha_{2n-1}, \dots \alpha_2, \alpha_1$ et les permuter circulairement avant ou après l'interversion. On peut aussi faire passer un nombre quelconque d'opérateurs τ et τ' du premier membre de la relation du nouveau genre (1) au second membre, d'après des formules comme les suivantes:

$$\left. \begin{array}{l} I \, . \, \tau(\alpha_1) \, . \, \tau'(\alpha_2) \, . \, \tau(\alpha_3) \dots\dots \tau(\alpha_{2n-1}) = \varepsilon \, . \, I \, . \, \tau'(-\alpha_{2n}), \\ I \, . \, \tau(\alpha_1) \, . \, \tau'(\alpha_2) \, . \, \tau(\alpha_3) \dots\dots \tau'(\alpha_{2n-2}) = \varepsilon \, . \, I \, . \, \tau'(-\alpha_{2n}) \, . \, \tau(-\alpha_{2n-1}). \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{array} \right| \qquad (2)$$

On peut enfin échanger entre eux les opérateurs τ et τ'.

Nous allons considérer deux cas.

1° On peut poser $\alpha_i = e_i$, $\varepsilon = +1$, et

$$I = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \qquad \tau(\alpha) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}, \qquad \tau'(\alpha) = \begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

La relation du nouveau genre (1) donne alors (**4**) neuf équations entre les éléments d'un polygone sphérique embrassant, comme cas particulier, les équations fondamentales, dites de *Gauss*, de trigonométrie sphérique (**5**).

2° On peut poser $\alpha_i = d_i$, $\varepsilon = \mp 1$, et

$$I = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \; \tau(\alpha) = \begin{vmatrix} \cos\alpha & 0 & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ \sin\alpha & 0 & 0 & \cos\alpha \end{vmatrix}, \; \tau'(\alpha) = \begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}.$$

La relation du nouveau genre (1) nous donne alors (**6**) les équations renfermant, comme cas particulier, pour un triangle sphérique, les équations fondamentales, dites de *Delambre* (**7**).

Dans la résolution numérique usuelle des polygones le signe de ε (**8**) est arbitraire.

Pour résoudre un polygone sphérique par rapport à trois éléments consécutifs, par exemple $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, on n'a qu'à faire passer tous les opérateurs τ et τ' dépendant des quantités

* Les chiffres gras dans le texte se rapportent aux annotations.

connues au second membre de (1), et l'on détermine numériquement ce second membre; le reste du travail consiste en opérations bien connues. Il convient de remarquer qu'il suffit, dans le cas de formules de *Delambre* (généralisées), de prendre une seule colonne du produit, tandis que, dans le cas des formules de *Gauss* (généralisées), une colonne peut donner deux inconnues.

On remarquera une connexion intime (9) entre deux systèmes fondamentaux de la trigonométrie sphérique, celui de *Gauss* et celui de *Delambre*, connexion qui est apparue dans le traitement, par les formules de nouveau genre, du problème fondamental de la polygonométrie.

Dans une partie de notre travail nous sommes éminemment redevable aux recherches antérieures (10) d'*Euler*, de *Gauss* et de *Monge*.

FIN DE LA NOTE DES COMPTES RENDUS.

Explications et développements complémentaires.

La forme concise, conforme aux exigences des *Comptes Rendus*, de la note précédente, nous engage à entrer dans quelques explications.

(1). On désigne généralement, dans la trigonométrie sphérique, d'après *Euler*, les côtés du triangle par a, b, c, et les angles (intérieurs) opposés par A, B, C. Des désignations pareilles ne conviennent cependant pas à la polygonométrie, parce qu'elles impliqueraient la supposition d'une certaine connexion (non existante) entre les côtés et les angles opposés; la notion d'un angle opposé perd d'ailleurs son sens univoque dans le cas d'un polygone dont le nombre de côtés est pair. D'autre part, l'usage des angles intérieurs est bien moins commode au point de vue de la théorie que l'emploi des angles extérieurs, comme on l'a reconnu depuis longtemps (v. *Braunmühl*, Geschichte der Trigonometrie, II T., 1903, pg. 201). Enfin le fait de l'existence de polygones mutuellement polaires (*Raabe*, Crell. Journ., II Bd., 1827, pg. 12) montre qu'il ne peut y avoir aucune différence analytique entre les angles et les côtés d'un polygone. Toutes ces considérations nous amènent à désigner par e_1, e_2, $e_3, \ldots e_{2n}$ les éléments consécutifs d'un polygone sphérique, comme ils se présenteraient à un mobile parcourant la périphérie du polygone dans un sens déterminé. Le premier élément e_1 dans cette suite peut être aussi bien un côté qu'un angle, sans que cela change rien dans les formules. Tous les angles y sont extérieurs et sont comptés dans le même sens. Il ne servirait à rien de restreindre la généralité des côtés ou des angles en fixant des limites à ces quantités.

(2). La relation (1) est démontrée dans notre Mémoire „La trigonométrie sphérique et les voies nouvelles de l'Astronomie mathématique" (*Bull. Int. de la Cl. d. Sc. de l'Acad. Pol. d. Sc. et d. L.*, 1927) pour $\tau(e_1) = \mathsf{r}(e_1)$, $\tau'(e_2) = \mathsf{p}(e_2) \ldots$

Il est démontré aussi dans ce Mémoire, que l'équation (1) se transforme en (2) pour les opérateurs p et r; pour les autres opérateurs la démonstration reste la même.

(3). Si l'on change le sens du parcours d'un polygone sphérique, supposé donné géométriquement par ses sommets et par ses côtés, les côtés restent les mêmes, et on obtient aussi les mêmes angles, pourvu qu'on change simultanément le sens dans lequel on les compte. Tous les éléments d'un polygone restent alors les mêmes, mais leur succession est inverse. C'est cette remarque qui nous permet d'intervertir immédiatement l'ordre des éléments dans la relation générale (1). Il est important de signaler que les opérateurs qui y figurent ne dépendent pas non plus du sens dans lequel on compte les angles, pourvu que le trièdre de référence soit toujours choisi — ce que nous supposons — conformément au sens adopté *.

(4). Les opérateurs τ et τ' peuvent être choisis, plus généralement, entre les trois matrices-cracoviens suivantes:

$$\mathsf{p}(n) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos n & -\sin n \\ 0 & \sin n & \cos n \end{vmatrix}, \quad \mathsf{q}(n) = \begin{vmatrix} \cos n & 0 & \sin n \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin n & 0 & \cos n \end{vmatrix}, \quad \mathsf{r}(n) = \begin{vmatrix} \cos n & -\sin n & 0 \\ \sin n & \cos n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Il suffit de désigner les axes z et x de notre raisonnement dans le Mémoire cité par x et y, ou y et z, ou bien x et z, ou y et x, ou z et y, pour obtenir la combinaison voulue des opérateurs.

(5). Pour rendre plus claire la signification de la relation (1) pour le choix indiqué ci-dessus des opérateurs, dans le cas d'un triangle sphérique, notons que

---

* Il serait utile de faire une fois pour toutes une convention pareille dans la mécanique rationnelle, pour avoir des formules indépendantes du sens dans lequel on compte les angles.

$$I.\mathbf{p}(a).\mathbf{r}(\beta).\mathbf{p}(\gamma)=\begin{vmatrix} \cos\beta & \cos a\sin\beta & \sin a\sin\beta \\ -\sin\beta\cos\gamma & \cos a\cos\beta\cos\gamma-\sin a\sin\gamma & \sin a\cos\beta\cos\gamma+\cos a\sin\gamma \\ \sin\beta\sin\gamma & -\cos a\cos\beta\sin\gamma-\sin a\cos\gamma & -\sin a\cos\beta\sin\gamma+\cos a\cos\gamma \end{vmatrix} \quad (3)$$

$$I.\mathbf{r}(a).\mathbf{p}(\beta).\mathbf{r}(\gamma)=\begin{vmatrix} \cos a\cos\gamma-\sin a\cos\beta\sin\gamma & \sin a\cos\gamma+\cos a\cos\beta\sin\gamma & \sin\beta\sin\gamma \\ -\cos a\sin\gamma-\sin a\cos\beta\cos\gamma & -\sin a\sin\gamma+\cos a\cos\beta\cos\gamma & \sin\beta\cos\gamma \\ \sin a\sin\beta & -\cos a\sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix} \quad (4)$$

En posant dans la première de ces expressions $a = a$, $\beta = 180^0 - C$, $\gamma = b$, et dans la seconde $a = -(180^0 - B)$, $\beta = -c$, $\gamma = -(180^0 - A)$, et en égalisant, conformément à (1) et (2), les matrices-cracoviens obtenues, on trouve 9 équations entre les éléments a, b, c, A, B, C, dont huit sont bien celles de Gauss. Dans la pratique, on se gardera évidemment de calculer *numériquement* des produits tels que $I\mathbf{p}(a)\mathbf{r}(\beta)\mathbf{p}(\gamma)$ et $I\mathbf{r}(a)\mathbf{p}(\beta)\mathbf{r}(\gamma)$ d'après des expressions telles que (3) et (4), parce qu'on perdrait alors les avantages des formules du nouveau genre.

(6). Quand ont prend pour les opérateurs ι et ι' les matrices-cracoviens à 4 lignes et 4 colonnes, on peut les choisir, plus généralement, entre les trois suivantes:

$$\mathbf{P}(a)=\begin{vmatrix} \cos a & \sin a & 0 & 0 \\ -\sin a & \cos a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos a & -\sin a \\ 0 & 0 & \sin a & \cos a \end{vmatrix}, \qquad \mathbf{Q}(a)=\begin{vmatrix} \cos a & 0 & \sin a & 0 \\ 0 & \cos a & 0 & \sin a \\ -\sin a & 0 & \cos a & 0 \\ 0 & -\sin a & 0 & \cos a \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{R}(a)=\begin{vmatrix} \cos a & 0 & 0 & \sin a \\ 0 & \cos a & -\sin a & 0 \\ 0 & \sin a & \cos a & 0 \\ -\sin a & 0 & 0 & \cos a \end{vmatrix}$$

En nous proposant d'exposer prochainement dans les *Acta Astronomica* la possibilité d'un pareil choix d'opérateurs nous mentionnons ici seulement qu'il s'agit dans le problème de combiner les rotations du trièdre, c'est ce qu'on peut effectuer ou bien moyennant des cosinus directeurs (on obtient alors les formules embrassant celles de *Gauss*), ou bien moyennant les grandeurs, appelées par *F. Klein* (Theorie des Kreisels) grandeurs quaternionniennes (ce qui donne les formules embrassant celles de *Delambre*). On remarquera que nous changeons ici quelque peu la définition des opérateurs ι et ι' des *Comptes Rendus*, ceci dans le but de nous rapprocher davantage des notations de la théorie des quaternions.

(7). On trouve immédiatement:

$$\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \mathbf{P}(a).\mathbf{R}(\beta).\mathbf{P}(\gamma) = \begin{vmatrix} \cos\beta\cos(a+\gamma) \\ \cos\beta\sin(a+\gamma) \\ \sin\beta\sin(\gamma-a) \\ \sin\beta\cos(\gamma-a) \end{vmatrix} \quad (5)$$

$$\mp\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \mathbf{R}(a).\mathbf{P}(\beta).\mathbf{R}(\gamma) = \mp\begin{vmatrix} \cos\beta\cos(a+\gamma) \\ \sin\beta\cos(a-\gamma) \\ \sin\beta\sin(a-\gamma) \\ \cos\beta\sin(a+\gamma) \end{vmatrix} \quad (6)$$

En posant dans (5) $a = \frac{1}{2}a$, $\beta = 90^\circ - \frac{1}{2}C$. $\gamma = \frac{1}{2}b$, et, dans (6) $a = -90^\circ + \frac{1}{2}B$ $\beta = -\frac{1}{2}c$, $\gamma = -90^\circ + \frac{1}{2}A$, et en égalisant les deux expressions, conformément à (1) et (2), on retrouve les formules bien connues de *Delambre* de la Trigonométrie sphérique.

En résolvant un polygone sphérique par les formules de *Delambre* (généralisées), on tirera parti de l'extrême simplicité, sous forme ancienne, des produits tels que (5) et (6).

(8). Supposons qu'on rapproche infiniment les sommets d'un polygone donné en ne changeant que d'une manière continue ses angles et ses côtés. La somme des angles et des côtés du polygone tendra alors vers $\lambda.2\pi$, et l'on aura, dans les formules de *Delambre* (généralisées), $\epsilon = (-1)^\lambda$.

(9). Toute la transition du système de *Gauss* à celui de *Delambre* n'est que le cas particulier d'une transformation „fondamentale" d'un produit des matrices-cracoviens, qui est l'objet d'une note que nous avons présentée aujourd'hui à Akademja Umiejętności.

(10). *Euler* (*Lexell*), Theoremata nonnulla generalia de translatione corporum rigidorum (Crelle's Journal, II Bd., 1827); *Gauss*, Werke, Bd. VIII, pg. 290; *Monge* (d'après *F. Porro* — Trattato di astronomia, Vol. I, pg. 61—65).

Cracovie, Observatoire astronomique.
1927 décembre 12.

Occultations of 6 G. Librae by Jupiter and his third Satellite, 1911, August 12—13.

by *J. Witkowski*

(Abstract of a memoir read at the meeting of the Polska Akademja Umiejętności held on Monday, November 7, 1927).

Occultations of stars by planets present an interesting class of phenomena whose scientific importance has been overlooked until lately. They afford the opportunity of determining: 1) the diameters of planets with great accuracy and, what is more important, exempt from systematic errors, 2) the apparent positions of planets with an accuracy surpassing the best measures made with meridian instruments.

It seems that *Winnecke* was the first to draw the attention of astronomers on occultations of stars by planets having chiefly in view their use in determining the solar parallax; he never succeeded, however, in the prediction of such a phenomenon. *Berberich* was neither more lucky than *Winnecke*: not one of the occultations he used to publish in the *A. N.* seems to have ever been observed. Regular predictions of occultations of stars by planets were begun in 1903 by Mr. *Banachiewicz* who followed them up till 1914; after the great war they have been taken up successfully by Mr. *L. J. Comrie* in the *J. B. A. S.*

Amongst the many occultations predicted by Mr. *Banachiewicz* (nearly all of which have been observed) that of 6 *G. Librae* presents some unusual features of interest. The star 6 *G. Librae* of 6·5 mg. happened to be occulted on August 12, Greenw. noon, by Jupiter and some 13 hours later by his III satellite. As much we know, it is the only occultation of a star by a planets satellite foreseen by calculus.

The observations — visual and photographic — of this remarkable phenomenon are rather numerous and only some of them have been considered by *Ristenpart* and Rev. *S. Chevalier*. The aim of the present work is a discussion of all available observations in order to obtain a value of Jupiters diameter as well as a correction to the ephemeris of the planet. A point of the utmost importance was to find the exact relative position of star and planet for a moment near conjunction time. This has been effected in a way indicated by Mr. *Banachiewicz* in A. N. 4368. In this method use is made of Jupiters satellites whose coordinates relatively to the star can be measured with the necessary degree of accuracy; in the next step the jovicentric positions of the satellites are computed and thus the relative positions of Jupiter and star obtained free from systematic errors which affect direct measures of those positions.

The jovicentric positions have been computed by two independent theories — that of Mr. *R. A. Sampson* and that of Mr. *de-Sitter*. Both theories proved to be in good agreement, the differences in α and δ attaining $0\overset{''}{.}1$ for satellites I, III and IV and somewhat the double for satellite II.

The relative positions of star and satellites were found from measures of photographic plates obtained at the observatories of Cordoba, Zô-sè and Espejo (Cordoba — 4 plates, 32 expositions, measured by Mr. *W. Szaniawski* at his private observatory in Przegaliny, Poland; Zô-sè — 1 plate, 8 expositions, measured at Zô-sè observatory; Espejo 2 plates, 14 expositions, measured at Espejo observatory). The method of reduction adopted was that of Mr. *Turner;* the positions of the stars were taken from the A. G. Catalogue.

The relative positions of star and planet were then deduced in combining the relative positions of star and satellites with the corresponding jovicentric coordinates of the satellites. Besides the usual corrections applied in such cases, a special correction for the differential aberration of the satellites was introduced (*Banachiewicz* A. N. 4567). The relative apparent positions of the star and Jupiter were then reduced, the planets motion being taken from the *N. A.*, to a single moment, namely that of immersion at Zô-sè. The influence of errors of plates and satellites, as well as the agreement of observed moments of immersion and emersion (moments observed: Zô-sè — 2, Sydney — 1, Windsor — 1, Perth — 2) were then discussed. Definitively the following geocentric relative position was found:

$$1911,\ \text{August}\ 12\overset{d}{.}971830\ \text{M. T. Greenw.}\quad \alpha_{*}-\alpha_J=+9\overset{''}{.}75\pm0\overset{''}{.}10;\qquad \delta_{*}-\delta_J=-15\overset{''}{.}04\pm0\overset{''}{.}06$$

The mean value of Jupiters equatorial semi-diameter, resulting from this position and the observed moments of immersion and emersion, is

$$a_0=18\overset{''}{.}90\pm0\overset{''}{.}08\quad\text{(for distance 5·20)}$$

The correction to Jupiters ephemeris of the *N. A.* is found to be

$$\Delta\alpha = 0^{s}.00 \pm 0^{s}.006; \quad \Delta\delta = -0''.4 \pm 0''.07$$

These results do not agree with those obtained by Rev. *S. Chevalier;* the cause is to be looked for in the method employed by the author of „Occultations de l'étoile BD — 12°4042 par Jupiter observée à Zô-sè le 13 Août 1911“ (*Mem. d. Soc. d. Spettr. ital.* Vol. I, Ser. 2, 1912) for finding the relative position of star and planet. Besides there exists a contradiction in the computations of Rev. *S. Chevalier* since the correction of $+3^{m}$ applied to the observed moment of emersion appears to be not appropriate.

The conclusion is followed by some remarks concerning the occultations of stars by planets and a simple geometric method of determining diameters of planets from occultations of stars is proposed.

Stellas variabile

per

J. Gadomski, K. Kordylewski et *J. Mergentaler.*

RZ Cassiopeiae 18. In basi de 68 observationes facto in 10 minimos (ex quo 17 observationes in 3 minimos facto es in Monte Łysina), ex tempore 1927 VII 31^{d} — 1927 X 30^{d}, me obtine minimo normale:

$$E = +6489 \qquad 46250^{d}.916 \mp 0^{d}.003 \qquad O - C = +0^{d}.015$$

relative ad elementos de *Graff*: $38494^{d}.9233 + 1^{d}.19525$ E (*Mitt. d. Hamburger Sternwarte* Nr. 13).

J. Mergentaler.

RX Draconis 16. In basi de 46 observationes (plurime ex ramo descendente) facto in 11 minimos ex tempore 1924 XI 25^{d} — 1927 X 3^{d} me obtine minimo normale:

$$E = +3746 \qquad 45733^{d}.81 \mp 0^{d}.01 \qquad O - C = +0^{d}.07$$

relative ad elementos de *Haynes*: $38641^{d}.911 + 1^{d}.893175$ E (*Laws Bulletin* Nr. 18).

K. Kordylewski.

RY Eridani 17. In tempore 1927 VIII 29^{d} — 1927 X 30^{d} me obtine 28 observationes de ce stella, ex quo 13 observationes in 4 noctes cade in luce diminuto, nominatim in ramo ascendente. Me adopta minimo:

$$46288^{d}.00.$$

Comparatione cum elementos de *Zinner*: $41313^{d}.74 + 4^{d}.99$ E (*AN* 202, 234) non es possibile, quia numero de epocha non pote es determinato. *K. Kordylewski.*

AK Herculis 64. In basi de 149 observationes ex tempore 1926 III 23^{d} — 1927 X 13^{d} me obtine curva de luce, que indica typo de β Lyrae.

$$E = +4679 \qquad \begin{matrix} \text{Minimo I: } 46089^{d}.055 \\ \text{(Minimo II: } 46089.273) \end{matrix} \qquad O - C = +0^{d}.014$$

relative ad elementos de *Jordan*: $44075^{d}.448 + 0^{d}.421519$ E (*AN* 219, 403). *K. Kordylewski.*

RX Hydrae 16. In basi de 13 observationes ex 5 minimos ex tempore 1925 III 17^{d} — 1927 IV 5^{d} me obtine cum auxilio de transparente graphico

$$E = +1446 \qquad 45786^{d}.873 \mp 0^{d}.017 \qquad O - C = -0^{d}.225$$

relative ad elementos de *M. Maggini*: $42487^{d}.56358 + 2^{d}.281836$ E (*Contrib. del. Osservatorio Astrofisico di Catania* Nr. 3).

Epochas de minimo luce observato usque ad hoc tempore: de *Zinner* ($40958^{d}.994$ *Liter. u. Gesch. d. Lichtw.*), de *Maggini* ($42487^{d}.56358$) et nostra epocha non pote es reproducto in modo satisfaciente per elementos lineare. *J. Gadomski.*

RX Hydrae 16. In basi de 10 observationes proprio et 19 observationes de *Pagaczewski* ex 12 minimos in tempore 1925 III 17^{d} — 1927 XI 1^{d} me trova minimo normale:

$$E = +1421 \qquad 45729^{d}.810 \mp 0^{d}.007 \qquad O - C = -0^{d}.243$$

relative ad elementos de *Maggini* (vide supra). E es possibile to reduc nostro observationes in satisfaciente modo cum bisecto periodo de *Zinner*: $2^{d}.28163$ (*Astr. Abhandlungen d. AN*, Bd. 4 C 9), ita, ut etiam pro proximo posteritate pote es adoptato sequente elementos:

$$45729^{d}.810 + 2^{d}.28163 \text{ E}$$

K. Kordylewski.

WZ Ophiuchi 48. In basi de 15 observationes facto in 3 minimos ex tempore 1927 VII 27ᵈ — 1927 IX 5ᵈ me obtine minimo normale:

$$E = +1066 \qquad 46266\overset{d}{.}759 \mp 0\overset{d}{.}005 \qquad (O - C = 0\overset{d}{.}000)$$

in concordia cum elementos de *Leiner*: $44036\overset{d}{.}9557 + 2\overset{d}{.}091748$ E (*AN* 226, 179).

J. Mergentaler.

U Sagittae 4. In basi de 30 observationes facto in 5 minimos ex tempore 1927 VII 26ᵈ — 1927 IX 2ᵈ me obtine minimo normale

$$E = +2365 \qquad 46265\overset{d}{.}080 \mp 0\overset{d}{.}003 \qquad O - C = -0\overset{d}{.}007$$

relative ad elementos de *Hellerich* $38269\overset{d}{.}9126 + 3\overset{d}{.}3806234$ E (*AN* 221, 29). *J. Mergentaler.*

DV Sagittarii 144. In periodo de tempore 1926 IV 16ᵈ — 1927 VIII 22ᵈ me obtine 51 observationes in 26 noctes. Iam primo 12 observationes (5 noctes), combinato cum momentos photographico ex HB 825, da novo elementos provisorico: $45761\overset{d}{.}025 + 1\overset{d}{.}86285$ E. Ce elementos es confirmato per resultatos de *Waterfield* (*HB* 848), qui inveni: $40859\overset{d}{.}907 + 1\overset{d}{.}862835$ E. Reductione de omne meo observationes da minimo normale:

$$E = +2667 \qquad 45828\overset{d}{.}093 \mp 0\overset{d}{.}010 \qquad O - C = +0\overset{d}{.}005$$

relative ad elementos de *Waterfield*. *K. Kordylewski.*

X Trianguli 7. In basi de 42 observationes facto in 7 minimos ex tempore 1927 IX 16ᵈ — 1927 X 28ᵈ (ex quo 37 observationes in 6 minimos facto es in Łysina) me obtine minimo normale:

$$E = +2110 \qquad 46319\overset{d}{.}748 \mp 0\overset{d}{.}002 \qquad O - C = -0\overset{d}{.}009$$

relative ad elementos de *Nijland*: $44269\overset{d}{.}814 + 0\overset{d}{.}971537$ E (*AA* c 1, 10). *J. Mergentaler.*

Bruch in der Zählung der Julianischen Tage. Bis zum 31 Dezember 1924 waren die Jul. Tage allgemein so aufgefasst, dass jedem Kalenderdatum, sei es in astronomischer, sei es in bürgerlicher Zeitrechnung, nach welchem Meridian die Zeit auch gerechnet war, ein ganz bestimmter Jul. Tag entsprach. Diese Zählweise ist nun seit dem 1 Januar 1925 durch einige astronomische Jahrbücher verlassen worden, indem dieselben jetzt einem jeden Kalendertage zwei Jul. Tage entsprechen lassen, einen vormittags und einen nachmittags. Dies muss zur Verwirrung in der Chronologie führen (um so mehr als auch zum Teil die Jul. Tage in »Jul. Zeit« umgetauft wurden), und muss auch die Benutzung dieser Jahrbücher zu chronologischen Zwecken erschweren, zumal der Beginn eines Jul. Tages an eine nicht mehr gebrauchte und bald wahrscheinlich in Vergessenheit zu geratende Zählung der Zeit angeknüpft wird.

CONNAISSANCE DES TEMPS und AMERICAN EPHEMERIS haben dies vermieden; CONN. D. TEMPS — indem darin der Anfang des astronomischen und des Jul. Tages gleichgesetzt wurde, und AMER. EPHEM., indem darin vom Beginn des Jul. Tages überhaupt keine Rede ist. Das letztere entspricht durchaus der ursprünglichen Tradition, denn während einiger Jahrhunderte, welche seit Einführung der Jul. Tage verflossen sind, galten dieselben nur als Ordnungszahlen für Kalenderdaten, also als Nummern der Tage (Julian Day Numbers). Der Gebrauch in praxi der Jul. Tage bei genauen Zeitangaben ist erst in allerneuester Zeit, so viel hier bekannt erst im XX Jahrhundert, entstanden.

Es soll natürlich keineswegs geleugnet werden, dass der weitere Gebrauch, der Kontinuitätsgründe halber, der vom Mittag gerechneten Jul. »Zeit« in einem Gebiete der Astronomie (Ver. u. bin. Sterne) gewisse Vorteile mit sich bringt; es sollte nur darauf hingewiesen werden, dass diese Jul. »Zeit« jetzt mit der festgewurzelten und für die Chronologie nötigen Auffassung der Jul. »Tageszahlen« in Kollision gekommen ist. Es erscheint übrigens sehr wenig wahrscheinlich, dass der zweifache Beginn des Tages in der Astronomie auf die Dauer beibehalten bleiben könnte. Das etwa durch solche Zählung die Einheitlichkeit in der Bezeichnung der astronomischen Daten gerettet wird — das erscheint eine Fiktion, denn noch unlängst war es gar nicht üblich durch Jul. Tageszahlen die Momente der Erscheinungen anzugeben. Da ausserdem nur ein Teil der älteren Beobachtungen in Greenwicher Zeit ausgedrückt war, so sind, sowieso, bei eventueller Benutzung dieser Beobachtungen die Zeitreduktionsrechnungen erforderlich, so dass die vom Mittag gerechnete Zeit keine besonderen Vorteile gewährt. *Banachiewicz.*

Le Comité National Astronomique de Pologne s'est réuni en séance le 30 décembre 1927. Le Bureau suivant fut élu: M. *Banachiewicz* (Cracovie), Président; M. *Ernst* (Lwów), Vice-Président; M. *Kamieński* (Varsovie), Secrétaire.

Drukowano na zlecenie Obserwatorjum Krakowskiego.
1927. XII. 31.
(2-e wydanie).

Dyrektor: *Tad. Banachiewicz.*

Drukarnia Uniw. Jagiell.